**Обласнеуправління освіти і науки**

**Обласний інститут післядипломної педагогічної освіти**

**Відділ математики**

 **ІІ етап (районний)**

**Всеукраїнської олімпіади з математики**

**24 листопада 2012 року**

**6 клас**

**1**. Сума трьох натуральних чисел дорівнює 708. Перше з них – найменше трицифрове число, друге – в три рази менше від третього. Знайдіть ці числа*.(15 балів)*

**2.** Розріжте клітчастий прямокутник розміром 5\*8 на фігурки з чотирьох клітинок виду*.(15 балів)*

**3**. Куб, ребро якого дорівнює 1дм, розрізали на маленькі кубіки з ребром 1см і всі їх грані пофарбували. Для того, щоб пофарбувати одну грань маленького кубіка, необхідно 0,02г фарби. Скільки необхідно фарби, щоб пофарбувати всі грані маленьких кубіків? *(20 балів)*

 **4**. Міста А, В, С, Д, Е розташовані один від одного по шосе на відстані 5 км один від одного. Автобус їздить по шосе від міста А до міста Е та від Е до А. Автобус витрачає 20 літрів бензину кожні 100км. У якому місті закінчиться бензин в автобусі, якщо спочатку у нього в баці було 150 літрів бензину?*(20 балів)*

**5.** В обмінному пункті здійснюються операції двох видів: 1)дай 2 євро - отримай 3 долари і цукерку в подарунок; 2)дай 5 доларів –отрімай 3 євро і цукерку в подарунок. Коли багатий Буратіно прийшов в обмінний пункт, у нього були тільки долари, коли пішов доларів стало менше, евро так і не з'явилися, зате він отримав 50 цукерок. У скільки доларів обійшовся Буратіно такий «дарунок»?*(30 балів)*

**7 клас**

**1.** Якщо деяке число збільшити на 15%, то отримаємо 207. На скільки відсотків потрібно зменшити це число, щоб отримати 126? *(15 балів)*

**2.** Розріжте фігуру, зображену на малюнку, на дві рівні частини. *(15 балів)*

**3.** Знайдіть нескоротний дріб, який не змінюється, якщо чисельник збільшити на 21 , а знаменник збільшити на 28. *(20балів)*

**4**. Що більше  чи $9999^{10}$?*(20балів)*

**5**.Шестизначне число ділиться на 8. Яку найменшу суму цифр воно може мати? Яку найбільшу суму цифр може мати це число? *(30 балів)*

**8 клас**

**1.** Розкласти на множники многочлен   *(15 балів)*

**2.** Скільки води треба добавити до 40 відсоткового розчину солі, щоб отримати 12 відсотковий розчин?*(15 балів)*

**3.** Дано трикутник АВС. Точка М лежить на стороні ВС. Відомо, що АВ=ВМ та АМ =МС, . Знайдіть інші кути трикутника. *(20 балів)*
**4.** На яку цифру закінчується число . *(20 балів)*

**5.** Яку найбільшу кількість різних натуральних чисел можна вибрати так, щоб сума любих трьох з них була простим числом? *(30 балів)*

**9 клас**

**1**.Обчисліть значення виразу $\sqrt{(2-\sqrt{5})^{2}}$*( 15 балів)*

**2**.Роз’вяжіть рівняння *(15 балів)*

**3**. На основах АВ і СD трапеції АВСD позначено точки K і L.

Нехай Е -точка перетину відрізків AL і DK, F- точка перетину

BL і CK. Довести, що сума площ трикутників $∆ADE$ і $ ∆BCF$

 дорівнює площі чотирикутника EKFL *.(20 балів)*

**4.** Не використовуючи наближені обчислення порівняйте числа

  та  $с=\sqrt{54+3}$ *(20 балів)*

**5.**Довести, що , якщо ,

  *(30 балів)*

**10 клас**

**1**.Розв’яжіть нерівність *(15 балів)*

**2.** Розв’яжіть систему рівнянь $\left\{\begin{array}{c}х+(у-2)^{2012}=z\\y+(z-2)^{2012}=x\\z+(x-2)^{2012}=y\end{array}\right.$ *( 15 балів)*

**3**.В $∆АВС угол$ кут при вершині С дорівнює . $120^{0}$Доведіть, що довжина відрізка, що поєднує цю вершину з центром вписаного кола, дорівнює , де  – полупериметр .$∆АВС$*(20 балів)*

**4**.Не обчислюючи значення виразу , покажіть, що це число можна представити у вигляді точного квадрата , знайдіть це натуральне число .*(20 балів)*

**5**.Знайдіть всі прості числа  та , зо задовольняють рівнянню . $x^{2}-2у^{2}$*(30 балів)*

**11 клас**

**1.** Знайти всі такі значення  при яких сума квадратів кореней рівняння  буде найменшою. *(15 балів)*

**2.** В квадрат вписали коло, в нього вписали квадрат, а в нього вписали ще одне коло і т.д. Знайти відношення площі першого квадрата до площі 2012 квадрата.$\left\{\begin{array}{c}х+(у-2)^{2012}=z\\y+(z-2)^{2012}=x\\z+(x-2)^{2012}=y\end{array}\right.$ *( 15 балів)*

**3**. Побудуйте графік функції .$∆АВС$*(20 балів)*

**4.** Для четвірки чисел  виконуються співвідношення  и . Доведіть, що виконується співвідношення .*(20 балів)*

**5.** Обчисліть суму , якщо відомо,що . $x^{2}-2у^{2}$*(30 балів)*